APRIL/MAY 2018

BMA12 — TRIGONOMETRY

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — ($10 \times 2 = 20$ marks)

Answer ALL questions.

1. Expand $\tan 7\theta$.

   $\tan 7\theta$ வை விரித்து எழுதுக.

2. State Demoivre's theorem.

   டீமார்வின் தேற்றத்தை எழுதுக.

3. Find $\underset{\theta \to 0}{Lim} \dfrac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta + \sec\theta - 1}$.

   மதிப்பு காண்க $\underset{\theta \to 0}{Lim} \dfrac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta + \sec\theta - 1}$.

4. Expand $\cos\theta$ in terms of θ .

   $\cos\theta$ வை θ வின் உறுப்பில் விரிக்க.

5. Prove that $\cosh^2 x + \sin h^2 x = \cosh 2x$.

   நிறுவுக $\cosh^2 x + \sin h^2 x = \cosh 2x$.

6. Prove that $\cos\theta = \dfrac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$.

   நிறுவுக $\cos\theta = \dfrac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$.

7. Resolve into real factors for the expression $x^{15} - 1$.

$x^{15} - 1$ என்ற கோவையின் மெய் காரணிகளைக் காண்க.

8. Find the value of $Log\ (4 + 3i)$

$Log\ (4 + 3i)$ ன் மதிப்பை காண்க.

9. Prove that $\pi = 2\sqrt{3}\left\{1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{3^2} - \frac{1}{7}\cdot\frac{1}{3^3} + \ldots\right\}$.

நிறுவுக $\pi = 2\sqrt{3}\left\{1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{3^2} - \frac{1}{7}\cdot\frac{1}{3^3} + \ldots\right\}$.

10. Write Gregory's series.

கிரிகரின் தொடரை எழுதுக.

SECTION B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Express $\frac{\sin 6\theta}{\sin\theta}$ in terms of $\cos\theta$.

$\frac{\sin 6\theta}{\sin\theta}$ வை $\cos\theta$ ன் உறுப்புகளில் எழுதுக.

Or

(b) Express $\cos 8\theta$ in terms of $\sin\theta$.

$\cos 8\theta$ வை $\sin\theta$ ன் உறுப்புகளில் எழுதுக.

12. (a) Prove that when n is a positive integer.

$$\sin^n \theta =$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{(-1)^{\frac{n}{2}} 2^{n-1}}\left[\cos n\theta - {}^nC_1 \cos(n-2)\theta + {}^nC_2 \cos(n-4)\theta - \cdots + \dfrac{(-1)^{\frac{n}{2}}}{2} {}^nC_{n/2}\right., \text{if } n \text{ is even} \\ \dfrac{1}{(-1)^{\frac{n-1}{2}} 2^{n-1}}\left[\sin n\theta - {}^nC_1 \sin(n-2)\theta + {}^nC_2 \sin(n-4)\theta - \cdots + \dfrac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{2} {}^nC_{\frac{n-1}{2}} \sin\theta\right., \text{if } n \text{ is odd} \end{cases}$$

நிறுவுக

$$\sin^n \theta =$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{(-1)^{\frac{n}{2}} 2^{n-1}}\left[\cos n\theta - {}^nC_1 \cos(n-2)\theta + {}^nC_2 \cos(n-4)\theta - \cdots + \dfrac{(-1)^{\frac{n}{2}}}{2} {}^nC_{n/2}\right., \text{எனில்} n \text{ ன் இரட்டை படை} \\ \dfrac{1}{(-1)^{\frac{n-1}{2}} 2^{n-1}}\left[\sin n\theta - {}^nC_1 \sin(n-2)\theta + {}^nC_2 \sin(n-4)\theta - \cdots + \dfrac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{2} {}^nC_{\frac{n-1}{2}} \sin\theta\right., \text{எனில்} n \text{ ன் ஒற்றை படை} \end{cases}$$

இதில் n ஒரு மிகை முழு.

Or

(b) Prove that

$$2^5 \cos^6\theta = \cos 6\theta + 6\cos 4\theta + 15\cos 2\theta + 10 .$$

நிறுவுக

$$2^5 \cos^6\theta = \cos 6\theta + 6\cos 4\theta + 15\cos 2\theta + 10$$

13. (a) If $\cos(x + iy) = \cos\theta + i\sin\theta$, prove that $\cos 2x + \cosh 2y = 2$.

$\cos(x + iy) = \cos\theta + i\sin\theta$ எனில் $\cos 2x + \cosh 2y = 2$ என நிறுவுக.

Or

(b) Prove that $\dfrac{1 \tan h\, x}{1 + \tan h\, x} = \cosh 2x + \sinh 2x$.

நிறுவுக $\dfrac{1 \tan h\, x}{1 + \tan h\, x} = \cosh 2x + \sinh 2x$.

14. (a) Find the real factors of $x^7 - 1$ and prove that

$$\cos\frac{2\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{6\pi}{7} = \frac{-1}{2}.$$

$x^7 - 1$ ன் மெய் காரணிகளைக் காண்க மற்றும் $\cos\dfrac{2\pi}{7} + \cos\dfrac{4\pi}{7} + \cos\dfrac{6\pi}{7} = \dfrac{-1}{2}$ என நிறுவுக.

Or

(b) Show that $\log \tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{ix}{2}\right) = i \tan^{-1}(\sin hx)$.

நிறுவுக $\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{ix}{2}\right) = i \tan^{-1}(\sin hx)$.

15. (a) Find the sum of series $\cos^2 x + \cos^2(x+y) + \cos^2(x+2y)\ldots$ upto n terms.

$\cos^2 x + \cos^2(x+y) + \cos^2(x+2y)\ldots$ என்ற தொடரின் n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

Or

(b) Sum to infinity the series $\sin\alpha + \frac{1}{2}\sin 2\alpha + \frac{1}{2^2}\sin 3\alpha + \ldots\ldots$ to ∞.

$\sin\alpha + \frac{1}{2}\sin 2\alpha + \frac{1}{2^2}\sin 3\alpha + \ldots\ldots$ to ∞. என்ட தொடரின் கந்தழி வரை கூடுதல் காண்க.

SECTION C — ($3 \times 10 = 30$ marks)

Answer any THREE questions.

16. Prove that

$$\tan\frac{\pi}{11}.\tan\frac{2\pi}{11}.\tan\frac{3\pi}{11}.\tan\frac{4\pi}{11}.\tan\frac{5\pi}{11} = \sqrt{11}.$$

நிறுவுக

$$\tan\frac{\pi}{11}.\tan\frac{2\pi}{11}.\tan\frac{3\pi}{11}.\tan\frac{4\pi}{11}.\tan\frac{5\pi}{11}=\sqrt{11}\,.$$

17. Expand $\sin^4\theta\cos^2\theta$ in a series of cosines of multiplies of θ.

$\sin^4\theta\cos^2\theta$ ஐ θ வின் கொசைனின் மடங்குகளின் தொடராக விரித்து எழுதுக.

18. If $\sin(A+iB)=x+iy$ prove that

(a) $\dfrac{x^2}{\cosh^2 B}+\dfrac{y^2}{\sin h^2 B}=1$

(b) $\dfrac{x^2}{\sin^2 A}-\dfrac{y^2}{\cos^2 A}=1$

$\sin(A+iB)=x+iy$ எனில்

(அ) $\dfrac{x^2}{\cosh^2 B}+\dfrac{y^2}{\sin h^2 B}=1$

(ஆ) $\dfrac{x^2}{\sin^2 A}-\dfrac{y^2}{\cos^2 A}=1$ என நிறுவுக.

19. Reduce $(\alpha+i\beta)^{x+iy}$ to the form $A+iB$.

$(\alpha+i\beta)^{x+iy}$ என்பதை $A+iB$ வடிவில் சுருக்குக.

20. Sum to n terms of the series $\sin\alpha + c\sin(\alpha+\beta) + c^2\sin(\alpha+2\beta)....$ hence find the sum of the series to infinity when $|c|<1$.

$\sin\alpha + c\sin(\alpha+\beta) + c^2\sin(\alpha+2\beta)....$ என்ற தொடரின் உறுப்புகளின் கூடுதலைக் காண்க $|c|<1$ எனும் போது தொடரின் கந்தழி வரை கூடுதல் காண்க.